

이동최소자승법을 이용한 중첩격자기법의 개선

IMPROVEMENT OF CHIMERA GRID METHOD WITH MOVING LEAST SQUARES METHOD

이관중¹, 이승수¹, 조진연¹

1) 인하대학교 항공공학과, 인천 402-751

교신 저자: 이승수, slee@inha.ac.kr

요약

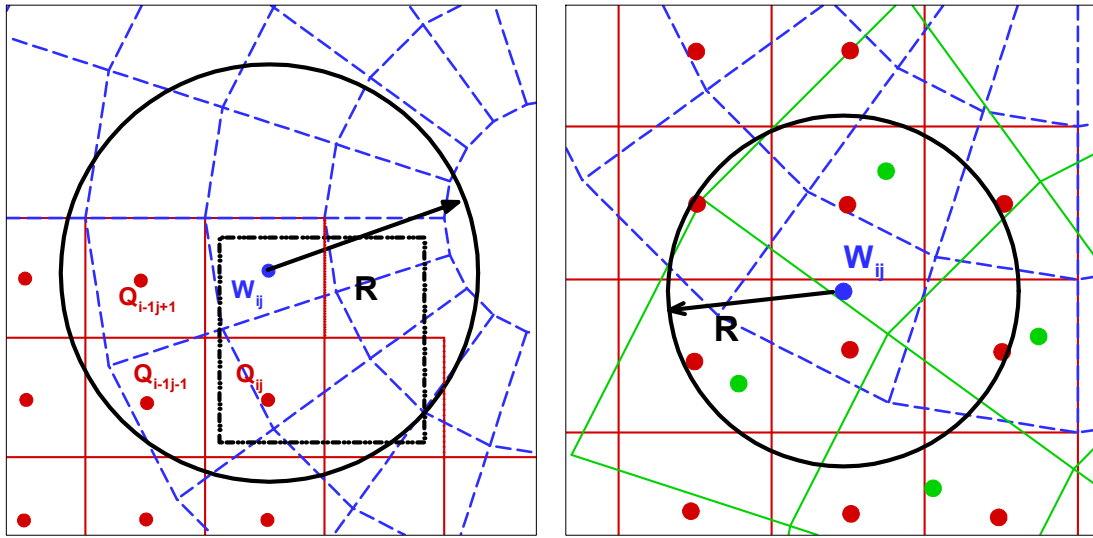
중첩격자기법(Chimera Grid method)은 독립적으로 구성된 격자를 중첩시켜 하나의 격자계를 만드는 방법을 말한다. 따라서 복잡한 형상을 가진 유동장 해석과, 격자계간 상대운동이 있는 비정상 유동장 해석에 많이 사용되고 있다. 그러나 내삽을 통해 격자계간의 유동정보를 전달하는 과정에서 Orphan Cell 발생 시 수치해의 성능저하를 가져온다. 이러한 문제점을 보완하기 위해, 전산구조 분야에서 개발된 무요소 보간 기법 중 이동최소자승법(Moving Least Squares Method)을 도입하였다. 기존의 중첩격자기법의 내삽과정을 위 이동최소자승법으로 대체하여, 다양한 유동장에 적용하였다. 이로부터 기존의 중첩격자기법의 결과와 비교, 해의 질이 향상됨을 확인 하였다.

서론

중첩격자기법을 통한 유동장 해석 시 중첩된 격자계간 유동변수의 연속성을 전체 격자계에서 유지시키기 위해서는 각 격자의 유동정보를 다른 격자로 이동 시켜주어야 한다. 이러한 역할을 내삽점이 수행하게 되며 하나의 내삽 점은 유동장 차원에 따라 2, 4, 8개의 피내삽점(Donor Cell)들로부터 유동 정보를 전달 받는다. 그러나 격자의 밀도가 충분하지 않은 경우에는 정상적인 피내삽점을 찾지 못하는 Orphan Cell이 발생한다. 또한, 격자계가 다중으로 중첩되어진 교차 영역에서 내삽점은 교차된 격자계 중 오직 하나의 격자계에서만 유동정보를 전달받기 때문에, 유동정보의 손실이 발생한다. 본 논문에서는 이동최소자승법을 중첩격자계의 내삽에 적용하여 중첩격자기법의 개선을 시도하였다.

이동최소자승법(Moving Least Squares Method)의 적용

앞에서 언급한 문제점들은 격자계간 유동정보의 연속성을 획득하는 방법으로 격자점의 기하학적 관계에 종속적인 선형 내삽을 사용 하였기에 발생하는 문제점들이다. 따라서 본 논문에서는 이동최소자승법을 도입하여 이러한 문제점을 해결 하였다. 아래 그림 1은 기존 중첩격자계에서의 문제점인 Orphan Cell과 다중 중첩된 격자계에서 이동최소자승법을 적용한 모습이다. 이러한 이동최소자승법 적용에는 역행렬 계산에 필요한 최소한의 격자점을 포획 할 수 있도록 하는 적절한 R(Radius of Support)의 크기를 결정하는 것이 중요한 변수가 된다. 이때 최소 격자점 수는 사용된 근사 함수의 차수에 의해 결정된다.



(a) Orphan Cell (b) 다중 중첩 격자계
 그림 1. 이동최소자승법을 적용한 중첩격자기법

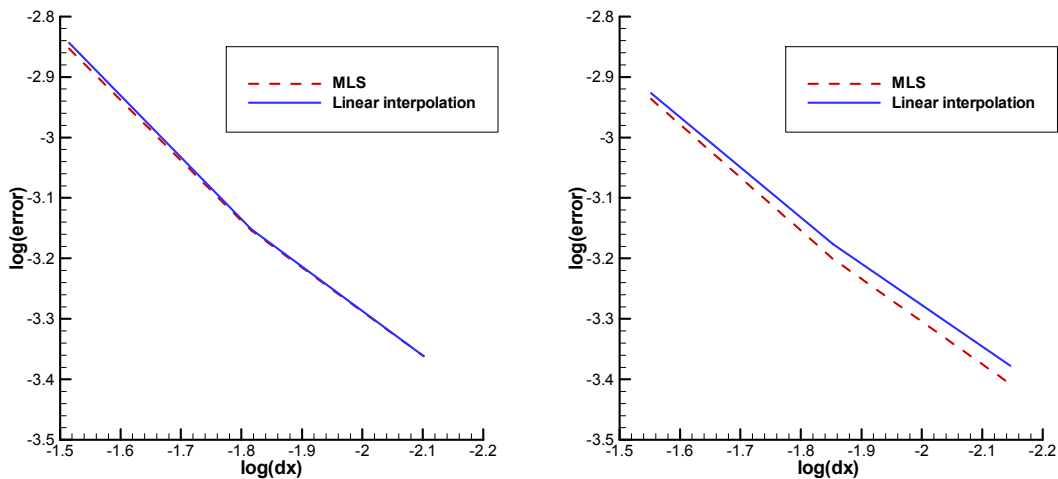
계산 결과

이동최소자승법이 적용된 중첩격자기법으로 1차원 비정상 문제인 Sod 문제[4]와 2차원 정상 비정상 문제인 익형 외부 장착물 분리 문제[5]를 해석 하였다. 이를 기존의 중첩 격자기법으로 해석한 결과와 비교하여 이동최소자승법 적용을 통한 수치해의 성능 향상을 검증 하였다.

먼저 Sod 문제는 초기 밀도비와 압력 비가 각각 8과 10로 정하였으며, 격자계는 3개의 구역격자로 구성하였다. 이를 교차영역을 충분히 구성하여 전체 해석 영역 내 Orphan Cell 이 존재 하지 않는 경우와, $x = 0.72$ 부근에 Orphan Cell을 강제로 삽입한 경우로 구분하여 해석 하였다. 아래 그림 2는 격자수에 따른 수렴성을 나타낸다. 이때 오차는 다음과 같이 정의 하였다.

$$error = \frac{1}{N} \sqrt{\sum (\rho - \bar{\rho})^2} \quad (1)$$

여기서 N 은 cell의 수이며, ρ 와 $\bar{\rho}$ 는 각각 계산을 통한 밀도와 엄밀해를 의미한다.



(a) Zero Orphan Cell (b) Orphan Cell

그림 2. Grid Convergence Test

그림 2에서 이동최소자승법을 적용한 중첩격자기법 해의 오차가 적음을 확인 할 수 있으며, Orphan Cell을 삽입한 경우 그 차이가 더욱 커짐을 확인 할 수 있다. 이로부터 이동최소자승법을 적용한 중첩격자기법이 보다 우수하다고 할 수 있다.

다음으로 익형 외부 장착물 분리 문제의 해석 결과는 그림 3, 그림 4와 같다. 정상유동 시 전체 해석 영역에서 Orphan Cell이 발생하지 않으며, 이때의 수렴도와 등 압력선도를 그림 3에 도시 하였다.

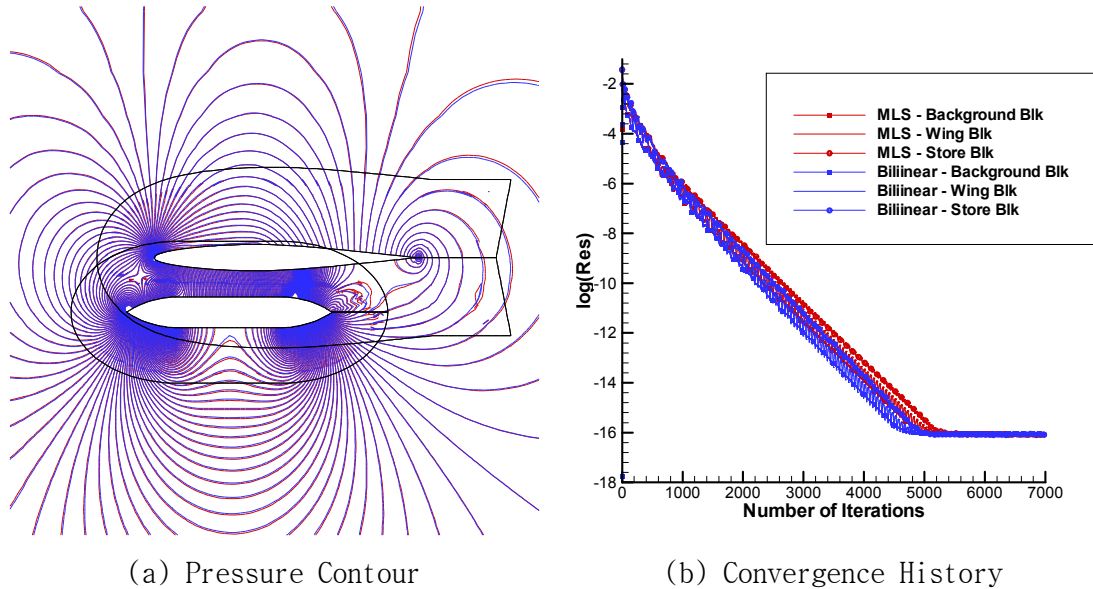
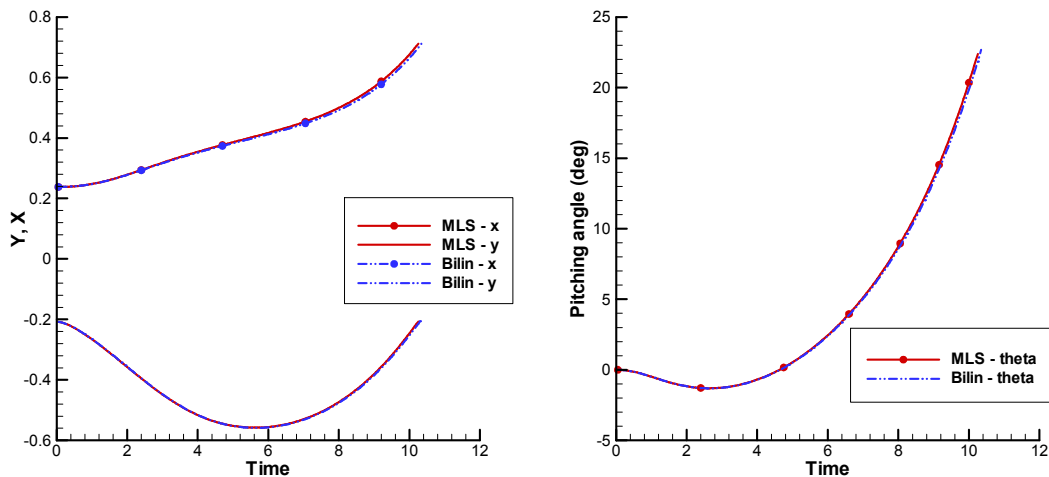
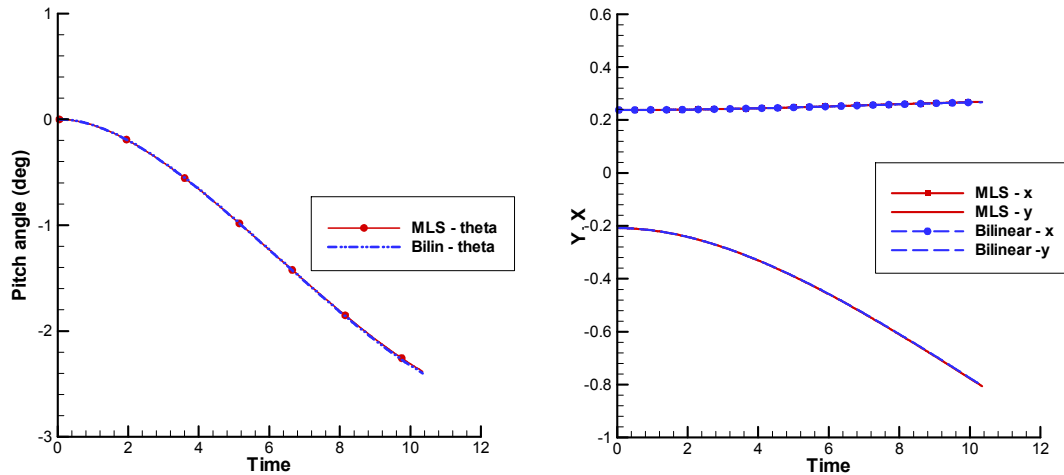


그림 3. 정상 유동 해석 결과

이때 사용된 격자는 각각 148×145 , 189×31 , 141×25 이며, CFL 수는 10을 자유류의 마하수는 $M_\infty = 0.6$ 사용하였다. 두 방법 모두 5000여회의 반복 계산으로 기계 영으로 수렴함을 확인 하였으며, 등압력선도 역시 유사함을 확인 하였다. 비정상 유동 해석은 장착물의 질량과 관성모멘트를 달리 하여 10.35초 까지 수치 해석을 수행 하였다. 가벼운 장착물 분리 운동 시 1425개의 Orphan Cell이 발생 하며, 무거운 장착물 분리 운동 시 724개의 Orphan Cell이 발생하였다. 다음 그림 4는 외부 장착물의 분리 궤적을 도시 하였다. 두 경우 모두 초기 분리 과정에서는 이동최소자승 법과 기존 선형내삽법을 사용한 중첩격자기법의 결과가 거의 일치 한다. 그러나 시간이 진행되면서 조금씩 차이가 누적되는데 이는 상대적으로 Orphan Cell발생이 많은 가벼운 장착물 경우에서 두드러진다.



(a) Light Store Case



(b)Heavy Store Case
 그림 4. 비정상 유동 해석 결과

결론 및 향후 과제

본 연구에서는 중첩격자기법에서 발생하는 Orphan Cell문제를 해결하기 위하여 이동최소자승법을 도입하였다. 결과들로부터 기존 중첩격자기법의 선형내삽을 MLS 기법으로의 대체가 가능하며, Orphan Cell 문제에서 보다 자유로워짐을 확인 하였다. 앞으로는 점성 문제와 3차원 문제에의 적용 가능성 및 그 정확도에 대한 연구를 수행할 예정이다.

후기

본 논문에서 수행한 연구는 한국학술진흥재단의 연구비 지원으로 이루어 졌음을 밝힙니다(KRF-2006-D00039). 저자는 이러한 학술 지원에 감사드립니다.

참고문헌

1. J.L. Steger and F.C. Dougherty and J.A. Benek, 1983, "A Chimera Grid Scheme", ASME FED, Vol.5, p59-63.
2. Atluri, S.N., 2004, "The Meshless Local-Petrov-Galerkin Method for Domain & BIE Discretizations", Tech Science Press, Forsyth, GA.
3. 이승수, 김병규, 류세현, 채은정, 이관중, 2006, "날개 전개에 따른 무장분리 특성해석", 국방과학연구소.
4. Sod, G.A., 1978, "Numerical Methods in Finite Difference Methods for Systems of Nonlinear Hyperbolic Conservation Laws", J. Comput. Phys., Vol.,27, pp1-31.
5. 이승수, 박민우, 2000, "외부장착물 분리운동해석 S/W(MSAP) 개발 연구", 국방과학연구소, MADC-401-000200.