

# 비보강 복합재 원통의 좌굴 해석

## BUCKLING ANALYSIS OF UNSTIFFENED COMPOSITE CYLINDERS

한동엽<sup>1</sup>, 임범수<sup>1</sup>

1) 국방과학연구소 3 체계-2 부-7 팀, 대전

교신 저자: 한동엽, dyhan@add.re.kr

### 요약

복합재 구조물은 높은 비강도, 비강성, 내부식성 등의 우수한 성질을 가지며 그 응용범위가 점점 넓어지고 있다. 그 중에서 무인 잠수정, 어뢰 등의 내압구조물과 같은 무기체계에 적용되기도 한다. 이와 같은 복합재 내압 구조는 기존의 금속재 비해 경량설계가 가능하여 유효탑재량을 증가할 수 있는 장점이 있지만 상대적으로 낮은 강성을 가지므로 소재 강도 보다 좌굴 강도가 중요시 된다. 일반적으로 수압(외압) 하중을 받는 비보강 복합재 원통은 길이 대 직경 비(aspect ratio), 직경 대 두께 비 등의 형상 조건의 영향은 물론 섬유방향 및 적층 순서(lay-up)의 영향도 받는다. 또한 진원도, 진직도 등의 제작공차를 포함한 형상의 초기 불완전성(geometric initial imperfection)의 정도에 따른 영향도 받게 된다.

본 연구에서는 4 가지의 lay-up을 고려하였으며 선형 해석을 통해 길이 대 직경 비, 양단의 지지 조건 등에 따라 좌굴 압력과 좌굴 모드에 미치는 영향을 분석하였다. 또한 비선형 해석을 수행하여 각 lay-up과 서로 다른 길이 대 직경 비를 가지는 원통 구조물에 대한 초기 변위의 크기에 따른 영향을 분석하였다.

길이 대 직경 비가 커짐에 따라 좌굴 압력이 감소하며 일정 비 이상을 갖는 원통에 대해서는 길이에 따른 좌굴 압력의 변화가 미미함을 알 수 있다. 또한 길이가 길어 질수록 양단 지지 조건에 따른 영향이 작음을 알 수 있다. 비선형 해석을 통해 외압에 따른 변형율을 계산하였으며 길이 대 직경 비가 작을수록, 또 초기 불완전성의 정도가 작을수록 불안정한 좌굴 거동을 보임을 알 수 있다. 또한 초기 변위의 크기에 따른 민감도도 길이가 짧아질수록 커짐을 알 수 있다.

### 원통 구조물 lay-up 및 소재

외경 530 mm, 두께 11 mm, 길이 대 직경 비(L/D)가 1, 2, 4, 8, 그리고 12인 5가지 경우를 고려하였다. 복합재 원통은 T700/F100의 탄소섬유와 에폭시 레진을 사용한다. T700/F100의 일방향 laminate의 강성과 강도는 표 1과 같다 [1]. Layer 한 장의 두께는 0.25 mm 로 가정하여 44 layer를 갖는 4가지의 서로 다른 lay-up을 고려하였다.

표 1. T700/F100 (arbon-epoxy) 일방향 laminate의 강성 및 강도

$E_{11}$ (GPa)	$E_{22}$ (GPa)	$E_{33}$ (GPa)	$G_{12}$ (GPa)	$G_{13}$ (GPa)	$G_{23}$ (GPa)	$n_{12}$	$n_{13}$	$n_{23}$
156	9.65	6.57	5.47	2.8	3.92	0.27	0.34	0.492
$S_{11}^T$ (MPa)	$S_{22}^T$ (MPa)	$S_{33}^T$ (MPa)	$S_{11}^C$ (MPa)	$S_{22}^C$ (MPa)	$S_{33}^C$ (MPa)	$S_{44}$ (MPa)	$S_{55}$ (MPa)	$S_{66}$ (MPa)
2220	33	17	-1270	-133	-124	35	35	70

고려된 4가지의 lay-up은 표 2에 표시하며 각각 layup01, layup02, layup03, layup04로 표기한다. Layup01과 layup02는 축 방향 섬유와 원주 방향 섬유의 비가 각각 2:1, 3:1인 경우로 이와 같은 lay-up scheme은 무인잠수정의 내압 선체 제작에 적용된 바가 있다 [2]. Layup03은 좌굴압력 증대를 위해 원주방향 섬유를 원통의 내벽과 외벽에 비교적 집중적으로 배치하고, 각종 부착물을 고려하여 joint bearing 강도가 증대되도록 [3] 45도 방향의 섬유와 일반적인 filament winding process에서 가능한 최소 winding 각도인 25도 방향의 섬유를 포함하도록 하였다. Layup04로는 30도와 원주 방향(90도)의 섬유를 갖는 준등방성 lay-up을 고려하였다.

표 2. 복합재 원통의 lay-up

layup01	$[(90_2/0)_{14}/90_2]$
layup02	$[(90_3/0)_{10}/90_4]$
layup03	$[90_6/(\pm 25/90/\pm 45/90)_2/(\pm 25/90)_3/(\pm 45/90/\pm 25/90)_2/90_5]$
layup04	$[90_2/(90/\pm 30/90)_5]_{sym}$

## 선형 좌굴 해석

### 유한 요소 모델

상용 Software인 ABAQUS를 사용하여 선형 및 비선형 좌굴 해석을 수행하였다. ABAQUS/Standard에서 transverse shear deformation(first order shear deformation theory)을 허용하는 S4R shell 요소를 사용한다 [4]. Mesh 크기를 선정하기 위해 원주방향으로 40, 60, 80, 100 개의 요소를 갖는 원통에 대해 선형 좌굴 압력을 비교하였다. 각 요소가 정사각형에 가까운 모양이 되도록 원통의 길이에 따라 축 방향의 요소 개수를 선정하였다. 모드 형상 및 좌굴 압력의 비교 결과 원주방향으로 60개의 요소를 갖도록 mesh 크기를 선정하였다.

### 길이 대 직경 비, 양단 지지 조건에 따른 좌굴 압력

모든 lay-up에 대해서 길이 대 직경 비(L/D)가 1, 2, 4, 8, 그리고 12인 5가지 경우를 고려하였다. 양단의 지지 조건은 단순 지지(simple support), 고정 지지(fixed support), 그리고 고정 지지에 횡 방향 압력만 작용하는 3가지의 경우를 고려하였다. 원통의 길이가 길어질수록 좌굴 압력은 감소 하며 지지 조건에 따른 영향이 감소한다. 모든 lay-up에 대해서 길이 대 직경 비가 8 이상인 경우 원통의 길이와 지지 조건에 따른 좌굴 압력의 변화가 거의 없다. 길이가 아주 긴 원통의 외압 좌굴 압력은 아래의 수식 (1)을 통해서 간단히 구할 수 있다. 여기서  $E$ 는 원주방향의 굽힘 등가 강성을,  $n^2$ 은 in-plane major Poisson비와 minor Poisson 비의 곱을,  $t$ 는 원통의 두께,  $R$ 은 원통의 반경,  $n$ 은 원주방향 lobe의 개수 (2)를 대입한다 [5]. Layup01에 대한 좌굴 압력 해석 결과를 그림 1에 표시하였다. 다른 lay-up에 대한 해석 결과도 비슷한 경향을 보인다.

$$p_c = \frac{(n^2 - 1)E}{12(1 - \nu^2)} \left( \frac{t}{R} \right)^3 \quad (1)$$

좌굴 모드는 lay-up과 원통의 길이에 따라 원주 방향으로 2, 3, 또는 4개의 돌출부를 형성하고 축 방향으로 1개의 half-wave를 갖는 비교적 간단한 형상이다. 길이 대 직경 비가 4 이상인 경우에는 모든 lay-up에 대해 그림 2와 같은 모드 형상을 갖는다.

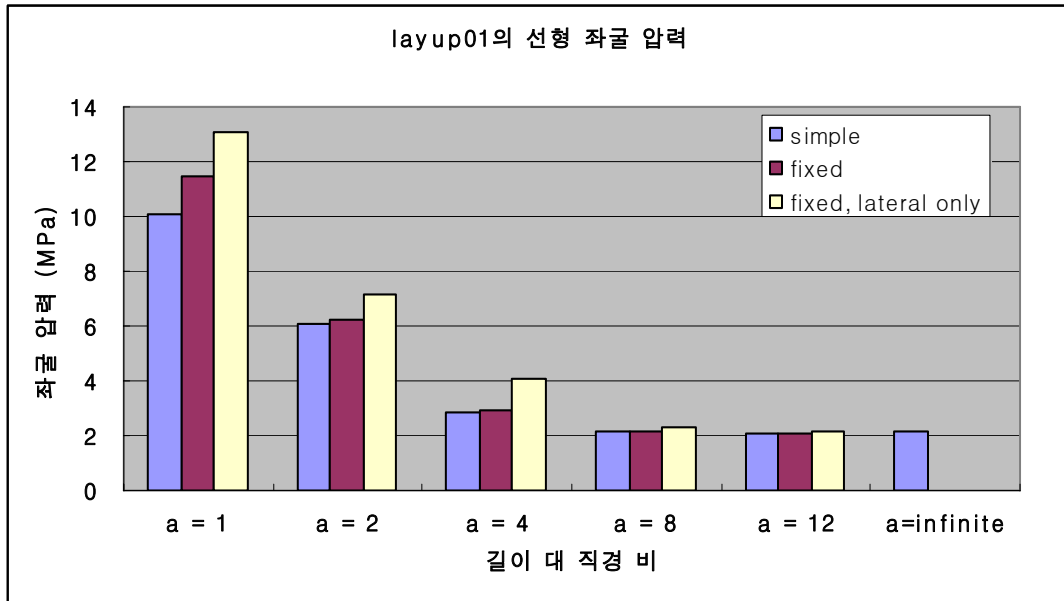


그림 1. layup01 원통의 길이 대 직경 비와 지지 조건에 따른 외압 좌굴 하중

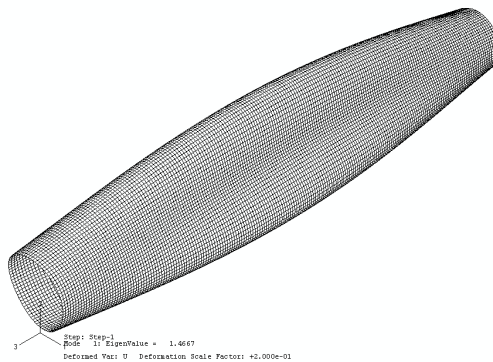


그림 2. 길이 대 직경 비가 4 이상인 경우의 좌굴 모드

### 비선형 좌굴 해석

ABAQUS/Standard의 modified Riks method을 이용해 비선형 좌굴 해석을 수행하였다. 비선형 좌굴 해석 시에는 초기변위 또는 교란 하중을 적용하여 bifurcation 현상을 억제하고 하중과 변위가 연속성을 갖도록 하여야 한다. 여기서는 선형 좌굴 해석을 통해 구해진 1차 좌굴 모드 형상에 상응하는 초기 변위를 적용하였다. 최대 변위값이 원통 두께의 1%, 5%, 10% 인 경우에 대해 해석을 수행하여 초기 변위의 크기에 의한 영향을 분석하였다.

좌굴 모드 형상을 근거로 원통의 외벽에서 최대 변형율(tensile strain)과 최소 변형율(compressive strain)을 갖는 요소를 인식하여 이에 대해 하중에 따른 변형율을 계산하였다. Layup01의 원통이 길이 대 직경 비 1, 2, 4, 12를 갖는 경우에 대해 외압에 따른 변형율 곡선을 그림 3에 표시하였다. 다른 lay-up의 경우에도 비슷한 양상의 곡선이 얻어진다.

모든 경우에 있어서 선형 좌굴 압력 보다 작은 하중에서 비선형성이 시작되며 선형 좌굴 압력에 가까운 하중에서 과도한 변형으로 인해 material failure가 발생한다. 소재 강도는 Tsai-Wu failure criteria를 사용해 예측하며 인장 변형율이 3000 ~ 6000

micron, 압축 변형율이  $-4000 \sim -7000$  micron인 범위에서 발생한다. 초기 변위의 크기가 클수록 material failure가 발생하는 압력 하중은 감소하고 failure strain은 증가하는 경향을 보인다.

그림 3에서 보이듯이 길이 대 직경 비가 작을수록 그리고 초기 변위의 크기가 작을수록 보다 불안정한 좌굴 후 거동을 보이는 경향이 있다. 일 예로 그림 3의 길이 대 직경 비가 1이고 1%의 초기 변위를 갖는 경우에는 좌굴 후 강성이 0 보다 작아지기도 한다. 또한 길이 대 직경 비가 작을수록 초기 변위의 크기에 따른 변형율-압력 곡선의 차이가 크며 초기 변위에 대한 민감도가 크다고 할 수 있다. 길이 대 직경 비가 8 이상인 경우에는 길이에 따른 좌굴 압력 하중이나 변형율-압력 곡선의 변화가 작다.

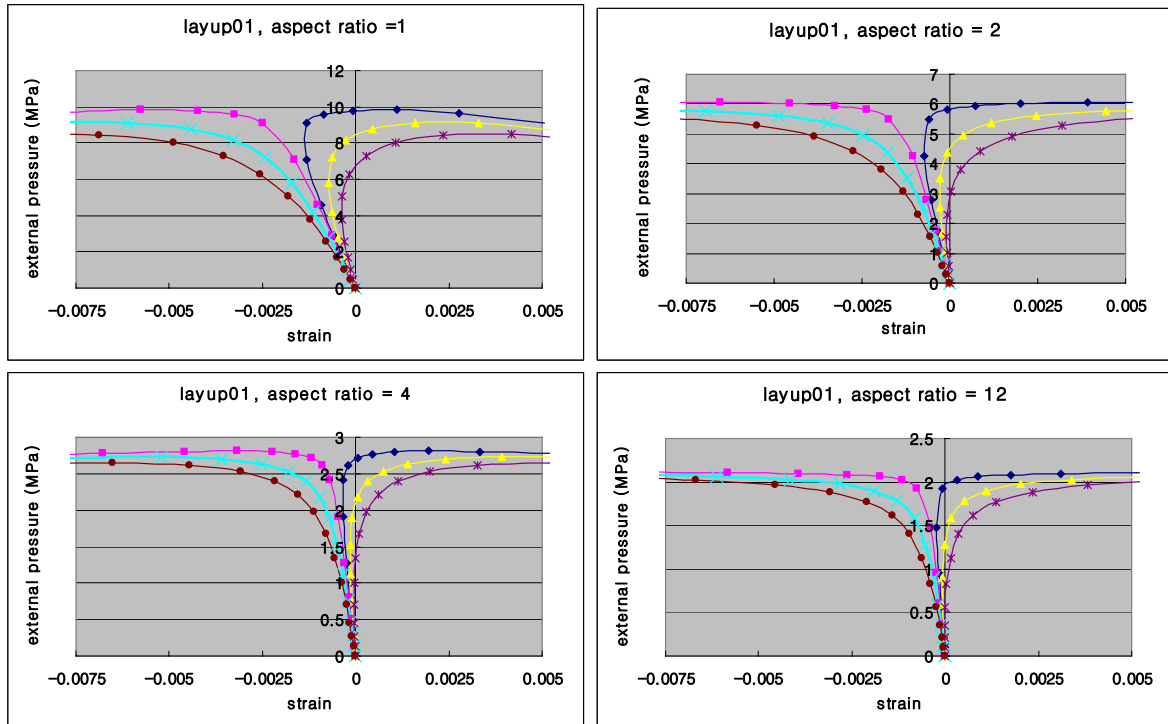


그림 3. layup01원통의 외압 vs. strain 곡선

### 참고문헌

1. Tanguy Messager, Mariusz Pyrz, Bernard Gineste, Pierre Chauchot, "Optimal laminations of thin underwater composite cylindrical vessels", *Composite Structures*, Vol. 58, 2002, pp 529-537
2. S.T. Peters, W.D. Humphrey, R.F. Foral, "Filament Winding Composite Structure Fabrication", Chapter 11, SAMPE, 2<sup>nd</sup> ed., 1991
3. F.L. Matthews, "Joining fiber-reinforced plastics", Chapter 6, Elsevier Applied Science, 1987
4. ABAQUS User's Manual, Version 6.4, Hibbit, Karlson and Sorenson
5. J. Mistry, A.G. Gibson, Y.-S. Wu, "Failure of composite cylinders under combined external pressures and axial loading", *Composite Structures*, vol. 22, 1992, pp 193-200