

제 21 회 전국 고교 수학 경시대회 시험 문제

[유의사항] 답안은 답안지에 작성하시고, 모든 답에 대한 풀이과정을 반드시 쓰시오.

1. $f: [0,1] \rightarrow \mathbf{R}$ 은 적분가능한 실수값 함수로 모든 $x \in [0,1]$ 에 대하여

$$c_1 \leq f(x) \leq c_2 \quad (c_1, c_2 \text{ 는 상수})$$

이 성립한다면, 극한값 $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 x^n f(x) dx$ 을 구하여라.

2. 다음의 두 수중 어느 수가 큰가 ?

$$10^{10^{11}} \quad , \quad (10^{10} + 1)^{10^{10} - 1}$$

3. 8 기통 차 엔진에 있는 8 개의 스파크 플러그(spark plug)를 닦으려고 꺼내었다. 청소 후 다시 끼울 때 모두가 원래 자기 자리 외의 자리를 차지하는 방법의 수를 구하여라.

4. 다음 무한급수의 수렴, 발산을 판정하여라.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots 2n} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}$$

5. 다항식 $f(x) = a_k x^k + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ 에 대하여 계수 a_0, a_1, \dots, a_k 는 $\{+1, 0, -1\}$ 중 에서 택해지고 $a_k \neq 0$ 이라 하자. 모든 자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 이 30 으로 나누어지는 성질을 갖는 최소차수의 다항식을 구하여라.