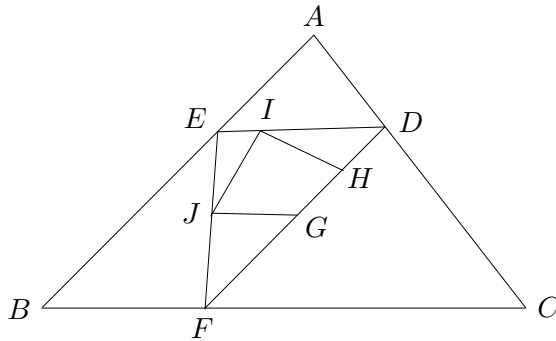


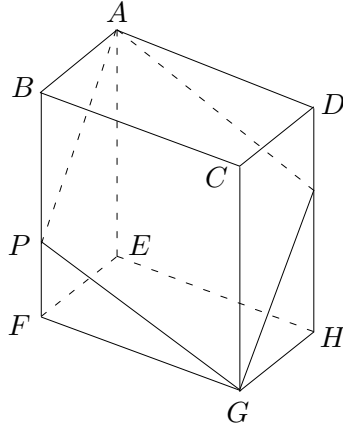
제1회 부산대학교 주최 수학 학력평가 및 수학 경시대회

(중학교 2학년 문제)

1. (11점) 2197개의 작은 정육면체들이 하나의 큰 정육면체를 이루고 있다. 이 큰 정육면체의 외부를 페인트로 칠하였을 때, 색깔이 전혀 되지 않은 작은 정육면체의 개수를 구하여라.
2. (11점) 13장의 종이가 있다. 이들 중의 몇 장을 선택하여 각각을 7조각으로 자른다. 크기에 상관없이 다시 몇 장을 선택하여 각각 7조각으로 자른다. 이 과정을 계속 반복하여 종이 조각의 수가 세 자리 정수로써 최대가 되는 종이 조각의 개수를 구하여라.
3. (11점) 그림과 같이 삼각형 ABC 의 넓이는 144이다. 세 점 D, E, F 는 $2\overline{AD} = \overline{DC}, 2\overline{AE} = \overline{EB}, 2\overline{BF} = \overline{FC}$ 그리고 네 점 I, J, G, H 는 $3\overline{EI} = \overline{ID}, \overline{EJ} = \overline{JF}, \overline{FG} = \overline{GD}, \overline{GH} = \overline{HD}$ 을 만족한다. 이 때 사각형 $GHIJ$ 의 넓이를 구하여라.



4. (12점) $7x + 23y = 501$ 을 만족하는 자연수 x 와 y 에 대해 $x + y$ 의 최소값을 구하여라.
5. (12점) 자연수가 아닌 두 수 $\frac{57}{17}$ 와 $\frac{57+N}{17+N}$ 사이에 단 하나의 자연수가 존재하도록 하는 모든 자연수 N 의 합을 구하여라.
6. (12점) 그림과 같은 직육면체에서 $\overline{AB} = 2, \overline{BF} = 5, \overline{AD} = 3$ 이다. 선분 BF 위에 점 P 를 선택하여 점 A, P, G 를 지나는 평면으로 이 직육면체를 자를 때, 잘린 면의 둘레의 길이가 최소가 되도록 하는 PF 의 길이를 구하여라.



7. (13점) 두 자연수 x 와 y 의 최소공배수와 최대공약수의 차가 15가 되는 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하여라.

8. (13점) $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 100$ 을 소인수분해하면 $2^a \times 3^b \times 5^c \times \dots$ 의 형태가 된다. \dots 부분에서 앞에서 사용한 소인수가 중복되지 않을 때 $a + b + c$ 를 구하여라.

9. (13점) 세 점 $A(1, 1), B(-2, 4), C(-4, -4)$ 에 의해 이루어지는 삼각형에서 원점을 지나면서 이 삼각형의 넓이를 이등분하는 직선의 기울기는?

- ① $-\frac{4}{9}$ ② $-\frac{4}{11}$ ③ $-\frac{5}{11}$ ④ $-\frac{4}{13}$ ⑤ $-\frac{5}{13}$

10. (14점) 진수, 인호와 은주가 게임을 한다. 첫 번째 게임에서 이기면 상금 10원을 받고, 두 번째 게임에서 이기면 상금 20원을 받는다. 이와 같이 다음 게임에서 이기면 앞의 게임에서 이겼을 때 받은 상금의 두 배를 받는다고 하자. 11번째 게임이 끝났을 때 은주는 진수보다 상금을 6610원 더 받았고, 인호보다 4300원을 더 받았다. 만약 비기는 경우가 없다면 은주는 몇 번째 게임에서 이겼는가?

- ① 1, 2, 10, 11 번째 ② 4, 5, 7, 11 번째
 ③ 1, 6, 7, 11 번째 ④ 2, 3, 5, 11 번째
 ⑤ 2, 4, 9, 11 번째

11. (14점) 두 용기 A, B 안에 서로 다른 농도의 소금물이 각각 $1kg$ 씩 들어있다. A 에서 소금물 $200g$ 을 덜어내어 B 로 옮기고 잘 섞는다. 또 다시 A, B 에 $400g$ 의 순수한 물을 공급하고 잘 섞는다. 그런 후 B 에서 $200g$ 을 덜어내어 A 로 옮긴 후에 잘 섞는다. 또 다시 $600g$ 의 순수한 물을 A, B 에 공급하고 잘 섞은 후에 두 소금물의 농도를 비교해 보니 같은 농도가 되었다. 두 용기 A 와 B 안에 원래 들어있던 소금의 양의 비는?

- ① $9 : 7$ ② $11 : 9$ ③ $13 : 11$ ④ $15 : 13$ ⑤ $17 : 15$

12. (15점) 다항식

$$f(x) = (x-1)(x-2)\cdots(x-n)\left\{\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} + \cdots + \frac{n}{x-n}\right\}$$

에서 $f(x)$ 의 상수항이 600이 되도록 하는 자연수 n 을 구하여라.

13. (15점) 두 점 $A(-1, -10)$, $B(6, 3)$ 에 대해 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 가 최소가 되게 하는 점 P 를 직선 $y = x$ 위에서 선택할 때, $P(a, a)$ 의 a 를 구하여라.

14. (16점) 서기 1년에 어느 특정한 세 개의 혜성이 나타났다. 그 이후 부터 서기 2001년 까지 이 세개의 혜성 중 어느 것도 나타나지 않았던 년도의 수를 구하여라. 이들의 주기는 각각 13년, 17년과 23년이다.

15. (18점) 다음 연립방정정식을 만족하는 모든 실수해 x, y, z 에 대해 $3x + 2y + z$ 가 최대가 되는 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 2x = y^3 + z^5 \\ 2y = z^3 + x^5 \\ 2z = x^3 + y^5 \end{cases}$$