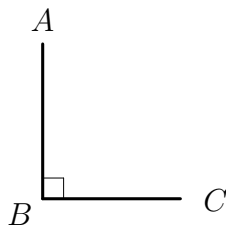


제2회 부산대학교 주최 수학 학력평가 및 수학 경시대회 (중학교 1학년 문제)

1. 어떤 애벌레가 높이 25cm 인 나무 막대기를 올라가고 있다. 낮에는 5cm 씩 올라가는데, 밤에는 4cm 씩 미끄러져 내려온다. 땅에서부터 나무의 꼭대기에 도달하는 것은 며칠째인가? (9점)

2. 소형로봇을 만드는 두 회사가 패닉어택과 카오스라는 이름의 최신 로봇을 각각 생산하였다. 두 로봇의 성능을 비교하기 위하여 원 밖으로 밀어내면 이기는 경기를 10000번 시행하였다. 각 경기마다 이긴 로봇은 6점, 진 로봇은 2점, 그리고 주어진 시간에 승부가 나지 않으면 무승부로 하고 두 로봇 모두 3점의 점수를 얻는다. 단, 경기도중 고장 등으로 경기무효가 된 적은 한번도 없었다. 10000번의 경기가 모두 끝난 후 두 로봇이 얻은 점수의 합이 65082점이었다고 할 때, 두 로봇이 무승부를 기록한 횟수를 구하여라. (11점)

3. 염소 한 마리가 풀밭에 놓여 있는 L자 모양의 고정틀에 8m 길이의 고삐로 묶여 있다. 고삐의 끝은 고정틀을 따라 움직인다. 고정틀에서 $AB = 10\text{m}$, $BC = 8\text{m}$ 이고 AB 와 BC 는 서로 수직이다. 염소가 마음대로 다닐 수 있는 풀밭의 넓이가 $a + b\pi\text{m}^2$ 이라 할 때 $a + b$ 를 구하여라. 단, a, b 는 자연수이고 π 는 원주율이다. (11점)



4. 남녀 공학인 어느 중학교에서 70명의 학생이 수학경시대회에 응시하였다. 70명의 평균은 132점이었고 여학생의 평균은 140점, 남학생의 평균은 126점이었다. 70명 중 남학생의 수를 구하여라. (11점)

5. 앞뒤 어느 쪽에서 읽어도 같은 수가 되는 자연수를 “대칭수”라 부른다. 예를 들어 363과 777 등은 세자리 대칭수이고 7557 과 9999 등은 네자리 대칭수이다. 서로 다른 두 개의 세 자리 대칭수의 합으로 표현되는 4자리 대칭수 중 가장 큰 수를 구하여라. (12점)

6. 28로 나누어 떨어지고, 1과 자신을 포함한 약수의 개수가 28개가 되는 가장 작은 자연수 n 을 구하여라. (12점)

7. a, b, c 는 자연수이고 두 조건 $a \leq b \leq c$ 와 $abc = a + 2b + 3c$ 를 만족한다. 이 때, $a + b + c$ 의 가장 큰 값을 구하여라. (13점)

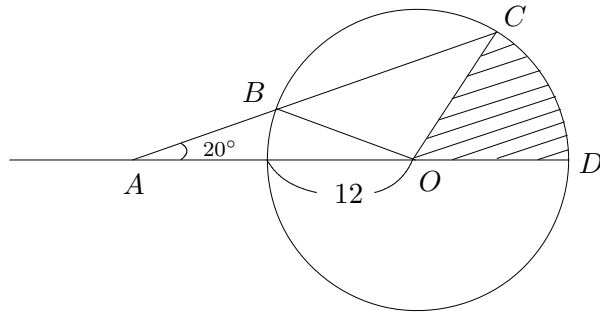
8. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 자연수이고 } 30 \text{이하의 소수}\}$ 와 $B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{로 나누었을 때 나머지가 } 1 \text{인 자연수}\}$ 에 대하여, 다음 두 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. (13점)

조건 : (1) $X \subset A$

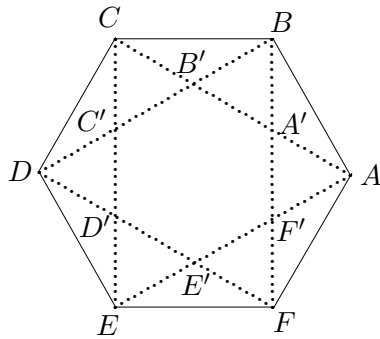
(2) $X \cap B$ 는 공집합이 아니다.

9. 7개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6을 모두 사용하여 만들 수 있는 일곱 자리 자연수 중에서 짝수의 개수를 a 개, 홀수의 개수를 b 개라고 할 때, $a - b$ 를 계산하여라. (14점)

10. 아래 그림에서 점 O 는 반지름 12인 원의 중심이고 B, C 와 D 는 원주 위의 점이다. A 는 직선 BC 와 직선 OD 가 만나는 점이고, $\overline{AB} = \overline{OB}$, $\angle OAB = 20^\circ$ 이다. 부채꼴 ODC 의 넓이를 S 라고 할 때 $\frac{15S}{\pi}$ 의 값을 구하여라. (15점)



11. 아래 그림과 같이 정육각형 $ABCDEF$ 에서 선분 AC, BD, CE, DF, EA, FB 가 만날 때 그 교점들을 각각 A', B', C', D', E', F' 라 하자. 육각형 $ABCDEF$ 의 넓이가 5994일 때 육각형 $A'B'C'D'E'F'$ 의 넓이를 구하여라.(15점)



12. 자연수 x 를 5로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 로 표시한다.

$$R(1^2) + R(2^2) + \cdots + R(n^2) > 2999$$

를 만족하는 가장 작은 자연수 n 을 구하여라. (15점)

13. 두 자연수 A, B 에 대하여, A 와 B 의 최소공배수를 L , A 와 B 의 최대공약수를 G 라고 하자. 두 조건 $A < B$ 와 $L - G = 15$ 를 만족하는 순서쌍 (A, B) 의 개수를 구하여라. (15점)

14. 자연수 n 에 대하여 n 의 “계승”은 $n \times (n - 1) \times \cdots \times 2 \times 1$ 로 정의하고 $n!$ 로 표시한다. 그리고 0의 계승은 $0! = 1$ 로 정의한다. 예를 들면, $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$ 이다. 세 자리수 이하의 자연수 중에서 자신의 각 자리수의 계승의 합이 자신과 같은 자연수를 모두 찾아내어 그 합을 구하여라. (17점)

15. 아래 그림과 같이 삼각형 ABC 의 변 AB 와 변 AC 위에 점 D 와 점 E 를 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC} = 1 : n$ 되게 잡고, 선분 CD 와 선분 BE 가 만나는 점을 P 라고 하자. 삼각형 ABC 의 넓이가 280, 삼각형 PBC 의 넓이가 240이다. 이 때, n 의 값을 구하여라. (17점)

